

## La incertidumbre de la medida

El objetivo es hacernos conscientes de que **siempre tenemos dudas** sobre el verdadero valor que tiene el mensurando que estamos midiendo (llamamos mensurando a la propiedad que se mide)

El concepto de verdadero valor del mensurando deja de tener sentido, al ser algo que nunca puede llegar a conocerse.

- La medida  $M$  la expresaremos en la forma

$$M \pm U$$

donde  $U$  recibe el nombre de **incertidumbre de la medida**, de manera que podemos formar el intervalo de valores  $(M-U, M+U)$

dentro del cual estimamos, con una cierta probabilidad, que está incluido el verdadero valor del mensurando.

## INCERTIDUMBRES

- Siempre tenemos dudas sobre el valor de la medida.
- Lo avalan dos circunstancias claras que se nos presentan en la práctica metrológica:
  - En primer lugar, si repetimos la medición que estamos realizando, con aparatos de medida de suficiente precisión, los valores que obtenemos no coinciden, las últimas cifras decimales con las que queremos aproximarnos al valor buscado varían de una medida a otra, con lo que no sabemos cuál es la medida correcta.

## INCERTIDUMBRES

- En segundo lugar, los aparatos de medida, por sofisticados que sean, no son exactos.
- lo corrobora el hecho de que el fabricante del aparato mide un cierto patrón y le salen diferentes medidas.
- se dice que el fabricante está calibrando el aparato, y nos debe dar a conocer esa incertidumbre que se obtiene en origen.

- En el año 1993 se reunieron la Organización Internacional de Normalización (ISO), el Buró Internacional de Pesas y Medidas (BIPM) y la Organización Internacional de Metrología Legal (OIML) con la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada (UIPPA), con la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC), con la Federación Internacional de Química Clínica (FICC) y con la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI)

## INCERTIDUMBRES

- Promovieron la elaboración de una guía que recibe el nombre de
- *“Guía para la expresión de la incertidumbre de medida”*,
- en inglés *GUM (Guide to the expression of Uncertainty in Measurement)*,
- que proporciona una información completa sobre la forma de abordar la expresión de la incertidumbre

## Fuentes de incertidumbre

- En general, cuando se mide se cometen imperfecciones que dan lugar a errores desconocidos en cierta medida. La estimación del margen de cada posible error da lugar a una componente de la incertidumbre total final.

## INCERTIDUMBRES

- El error se considera constituido por una componente **aleatoria**, al azar, que es impredecible, y una componente **sistemática**.
- El error aleatorio puede reducirse si se incrementa el número de medidas efectuadas.
- El error sistemático, si se produce por un efecto identificado, puede cuantificarse e incluso aplicar una corrección para compensarlo.
- **No obstante, el error final cometido no puede ser conocido y siempre existirá.**



- **Efecto de las magnitudes de influencia**
- Toda medición se realiza bajo condiciones ambientales (temperatura, presión, humedad relativa, estado de vibración, etc.) que están afectando al valor del mensurando. La ignorancia de su efecto o la medición imperfecta de estas condiciones producen incertidumbre en la medida.

- **Muestra no representativa**
- Si se miden las características de una serie de objetos teóricamente iguales, tomando para ello una muestra de dicha serie, puede que no sea suficientemente representativa del conjunto.

- **Definición incompleta del mensurando o realización imperfecta de su definición**
- *Nos piden medir la temperatura que alcanza un horno. ¿Dónde la mido, en qué lugar del horno? La magnitud “temperatura del horno” está indefinida y sólo puede darse un margen de sus posibles valores (incertidumbre).*

- **Aproximaciones o imperfecciones del procedimiento de medida**

*Hacemos la hipótesis de que la moneda es un cilindro de pequeña altura y medimos el área de su base (círculo) y el espesor (altura). ¿Pero es en realidad un cilindro perfecto?*

- **Limitaciones e imperfecciones del sistema de medida**
- **Lecturas sesgadas**
- Lecturas incorrectas al leer una escala analógica por parte del operador.

- **Calibración y deriva**
- Incertidumbre que se arrastra de origen, al aportar el fabricante los resultados de la medición de un patrón en fábrica (calibración).
- O bien como varía en el tiempo desde la última calibración efectuada (deriva).

- **Ajuste o corrección de un error sistemático**
- Incertidumbre producida por la duda sobre la perfecta (verdadera) corrección del error identificado. La imperfección de esta corrección conduce a un error residual cuya estimación es dicha incertidumbre.

- **Resolución del aparato de medida**
- Cada aparato “lee” su medida con unas ciertas cifras decimales, pero ignora el resto de cifras siguientes.



- **Uso de datos tabulados**
- La utilización de números o constantes conocidas, tomándolas de tablas, se hace escribiéndolas con un cierto número de cifras decimales, truncando las cifras siguientes necesariamente.

- **Clases de medidas: directas e indirectas**
- **DIRECTA**
- Diremos que estamos ante una medida directa cuando disponemos de un aparato de medida apropiado tal que su indicación nos da un valor del mensurando

- Sin embargo, en la mayoría de los casos en la práctica, el valor del mensurando  $Y$  se obtiene matemáticamente aplicando una fórmula que incluye los valores de otros varios mensurandos medidos directamente. Diremos que en este caso no disponemos de un aparato de medida de  $Y$ .

- **Incertidumbre de la medida directa**

En el caso más general en cada medida directa aparecen dos categorías de evaluación de incertidumbres, las que la Guía denomina *evaluación de incertidumbre de tipo A y de tipo B*. Hay que estimar cuidadosamente cada una de ellas, tal como veremos a continuación, y combinarlas para obtener la incertidumbre final de la medida directa

## INCERTIDUMBRES

- En la medida indirecta, conocidas las incertidumbres de las medidas directas que intervienen, hay que combinar adecuadamente éstas para obtener finalmente la incertidumbre de la medida indirecta.
- Hay que aplicar lo que se denomina ley de propagación de las incertidumbres para llegar al resultado final, tal como se verá más adelante. La incertidumbre de la medida indirecta se denomina con frecuencia incertidumbre combinada.

- **TIPO B**
- Comencemos, por mayor claridad, por hablar de la evaluación de las incertidumbres de tipo *B*. Muchas de las fuentes de incertidumbre dan como resultado una incertidumbre que no depende del valor que obtengamos en la medición.
- En todos estos casos pueden estimarse las incertidumbres de tipo *B* antes de efectuar las mediciones, **su evaluación es previa al acto de medir.**

## INCERTIDUMBRES

- **TIPO A**
- Sin embargo hay otras fuentes de incertidumbre cuyo efecto desconocemos a priori y que son siempre fruto del azar en la medición. Son las incertidumbres de tipo A.

*Pensemos, por poner un ejemplo, en magnitudes de influencia que no controlamos. El efecto nos produce medidas que difieren unas de otras. Debemos analizar el conjunto estadístico de los valores obtenidos y con ello evaluar la incertidumbre.*

- **Incertidumbre típica de tipo A**
- Comencemos por calcular la incertidumbre que denominamos **incertidumbre típica de tipo A** y que denotaremos como  $u_A$
- Tenemos delante de nosotros un conjunto de números que representan las distintas medidas que hemos obtenido.
- Supongamos que disponemos de un conjunto con muchos valores de medida.



## INCERTIDUMBRES

- Teóricamente deberíamos suponer que son infinitos (luego volveremos sobre esta hipótesis para razonar con el número  $n$  real de medidas que tenemos).
- Para analizar este conjunto estadístico de infinitos números supongamos que los representamos en un gráfico con dos ejes coordenados.

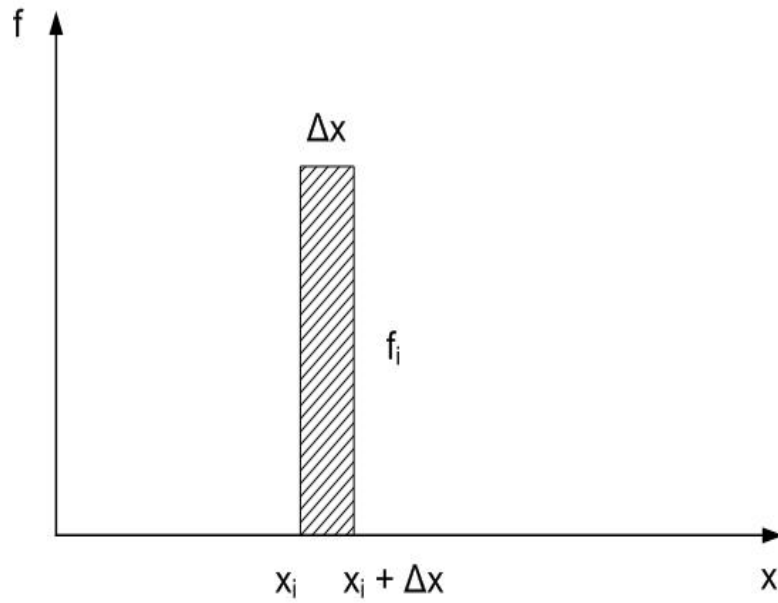
- En horizontal, en las abcisas, representamos los posibles diferentes valores  $x$  que toma el mensurando medido.
- En ordenadas tratamos de representar el número de veces que ha aparecido cada valor de  $x$  en el conjunto de medidas.
- Para hacerlo prácticamente dividamos el eje horizontal en tramos de longitud  $\Delta x$  . Para un cierto valor agrupemos todas las medidas con valores comprendidos entre  $x_i$  y  $x_i + \Delta x$

- Al suponer que nuestra población de valores tiene un número  $n$  de elementos que tiende a infinito, el número  $n_i$  de medidas en este intervalo puede ser muy grande.
- Para hacer manejable nuestra representación gráfica, dividamos por  $n$  el valor de los números de medidas en cada intervalo, obteniendo así un número relativo  $n_i/n$ , que siempre será menor que la unidad.

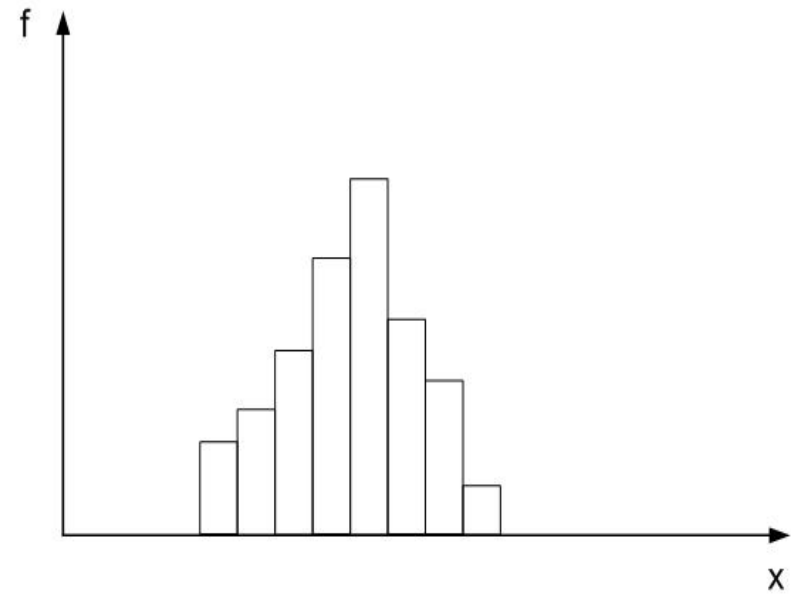
## INCERTIDUMBRES

- Construyamos ahora una barra rectangular que tenga por base el  $\Delta x$  de nuestro intervalo y por altura un número  $f_i$  tal que el área del rectángulo coincida con el número relativo de medidas  $n_i/n$  entre  $x_i$  y  $x_i + \Delta x$ .
- **Esta ordenada se denomina frecuencia (figura 1A) del resultado .**

INCERTIDUMBRES



A



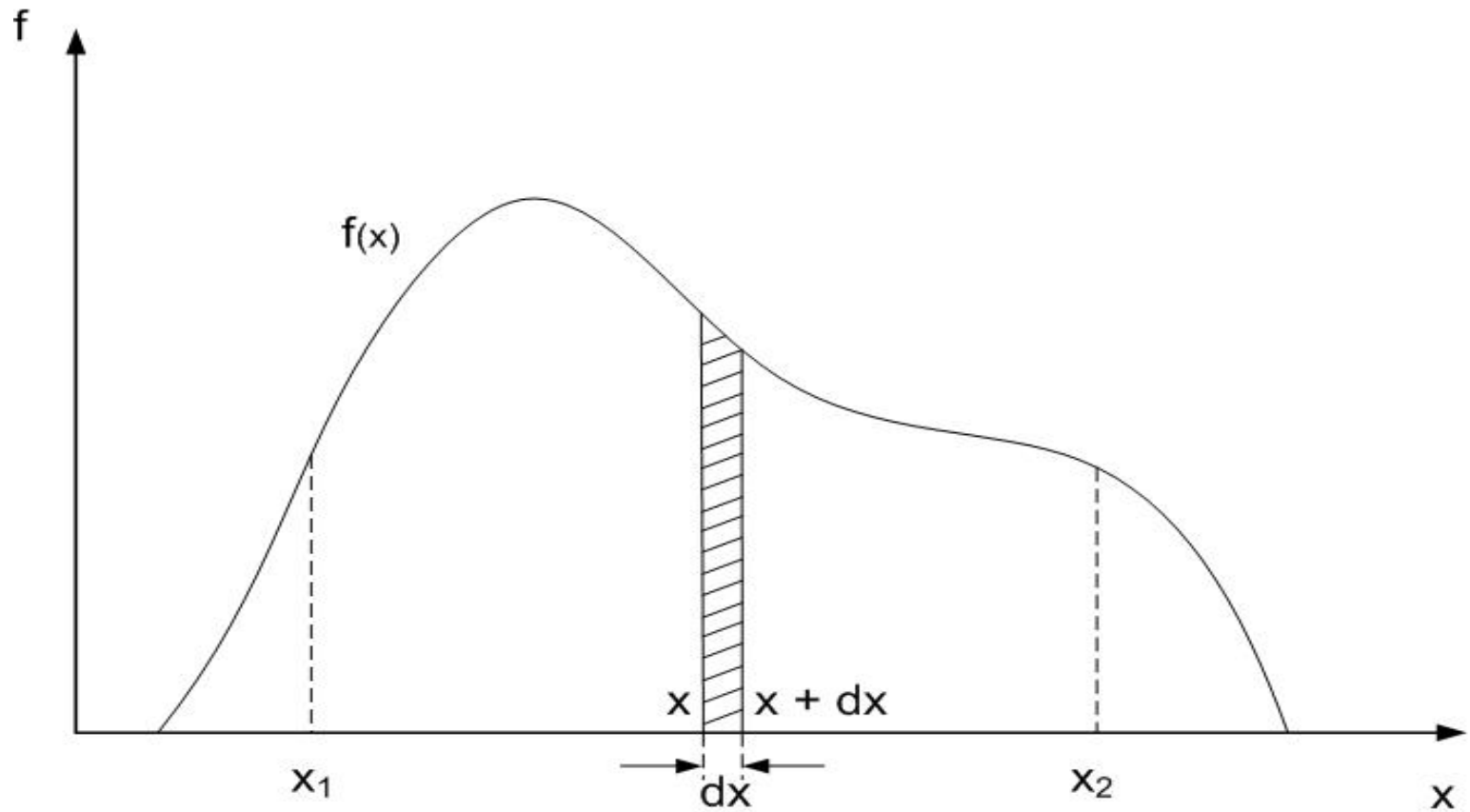
B

*Fig.1: Diagrama de frecuencias: Histograma*

## INCERTIDUMBRES

- **Si hacemos la misma construcción para cada intervalo , construimos lo que se denomina un histograma (véase figura 1B).**
- Supongamos que vamos haciendo estas barras verticales cada vez más estrechas, es decir, con una base cada vez más pequeña. En el límite en que la base tiende a cero, se convierte en  $dx$  . Tendremos así infinitas barras pero infinitamente estrechas (figura 2).

INCERTIDUMBRES



*Fig. 2: Curva de distribución de probabilidades*

- Hemos dibujado la curva que se forma al unir los centros de cada base horizontal superior, definiendo así el valor de  $f$  para cada valor de  $x$  ( $f=f(x)$ )
- Hemos trazado también en la figura dos valores concretos de  $x$ , sean  $x_1$  y  $x_2$
- Si calculamos el área que encierra la curva con el eje horizontal entre la vertical de  $x_1$  y la vertical de  $x_2$ , sumando todas las barras diferenciales obtenemos la integral:



## INCERTIDUMBRES

$$\text{área}(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

## INCERTIDUMBRES

- Lo que estamos haciendo es sumar el número de medidas cuyo valor  $x$  está comprendido entre  $x_1$  y  $x_2$  (casos favorables), pero este número dividido por  $n$  total de medidas efectuadas (casos totales) es, por consiguiente, el valor de la probabilidad de que el valor de la medida esté comprendido entre  $x_1$  y  $x_2$ :

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \text{prob}(x_1 \leq x \leq x_2)$$

## INCERTIDUMBRES

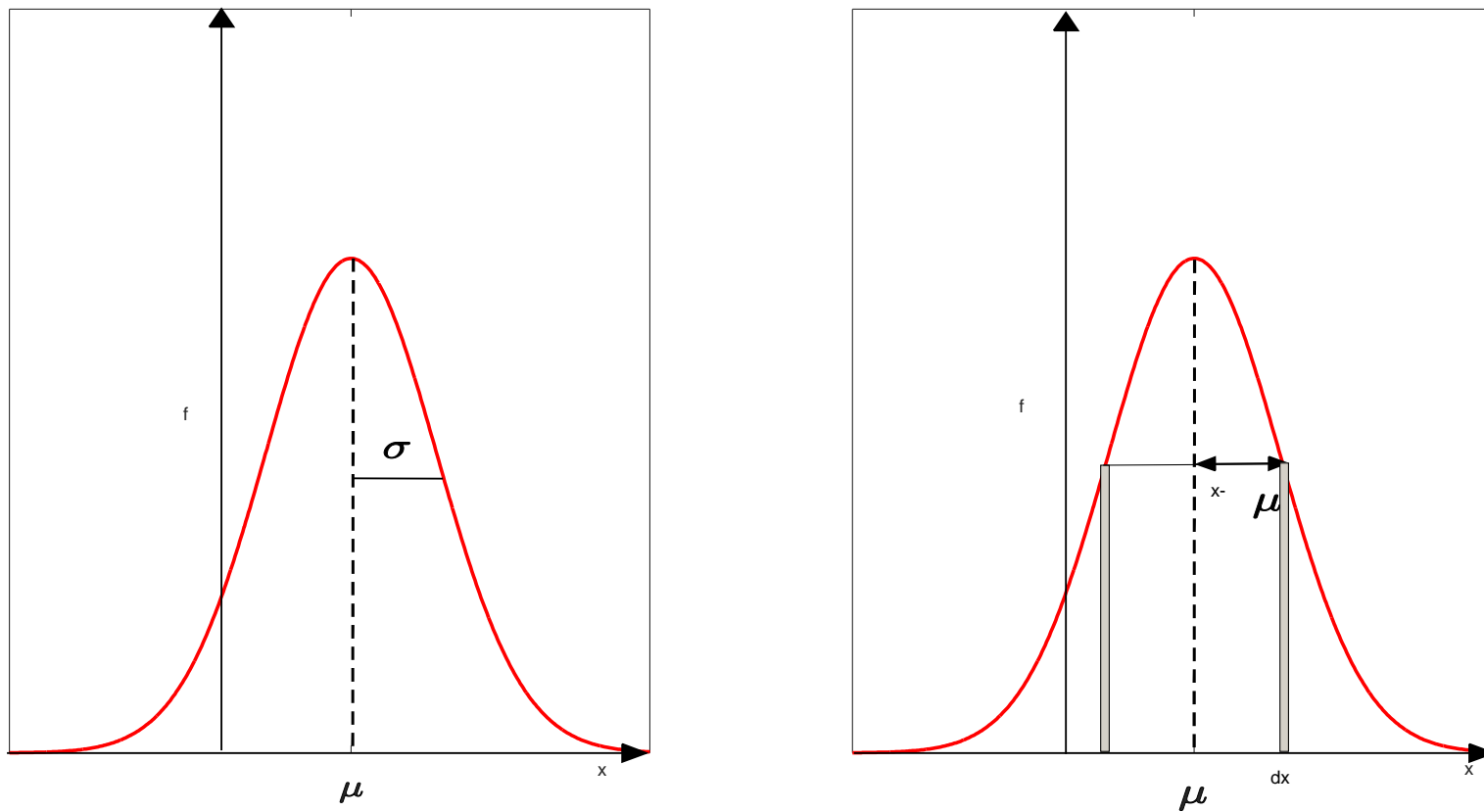
$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \text{prob}(x_1 \leq x \leq x_2)$$

## INCERTIDUMBRES

- Si hubiéramos tomado el intervalo total de la curva, el área encerrada por toda la curva sería 1, ya que sumaríamos todos los  $n_i$  (*suma* =  $n$ ) pero divididos por el valor de  $n$ .
- **La curva  $f(x)$  se denomina distribución de probabilidad (figura 2).**

- La Estadística tiene un teorema muy importante, conocido como teorema central del límite, que establece que cuando un suceso aleatorio es consecuencia (suma) de varios sucesos aleatorios independientes, la forma de la curva  $f(x)$  es la conocida como curva normal o curva de Gauss (véase figura 3).

INCERTIDUMBRES



*Fig. 3: Curva normal o gaussiana*

## INCERTIDUMBRES

- Esta distribución normal tiene un máximo (llamaremos  $\mu$  al valor de  $x$  en este máximo) y es simétrica respecto a la vertical que pasa por  $\mu = x$ , como se ve en la figura.

La curva se cierra en el infinito, es decir, es asintótica con el eje horizontal de las  $x$ .

Para caracterizar una distribución de este tipo, lo primero es conocer el valor medio  $\mu$ .

- Conociendo la función  $f(x)$  podemos expresar

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

donde para cada valor de  $x$  tenemos un número de medidas obtenidas  $f(x) dx$ , área del diferencial de anchura  $dx$ , es decir, hemos sumado todos los valores de las medidas, pero divididas por  $n$ .



## INCERTIDUMBRES

- En segundo lugar hay que valorar la dispersión de las medidas en torno al valor de  $\mu$ . Podríamos tener una curva estrecha, esbelta, con los valores muy agrupados o por el contrario una curva ancha, roma, que nos denuncia grandes diferencias entre los valores de las medidas obtenidas.
- Para ello (véase figura 3) se toma la distancia  $(x - \mu)$  de las medidas aparecidas en el diferencial de área dibujado hasta el eje de simetría  $(x = \mu)$ .

## INCERTIDUMBRES

- Pero no se puede sumar este valor con los de los demás diferenciales porque, en razón de la simetría, aparece otro diferencial a la izquierda del eje de  $x$  menor que  $\mu$  y a la misma distancia, que ahora es  $(\mu - x)$ . De forma que la suma de cada dos diferenciales simétricos se anula.
- Para evitar que esto ocurra se elevan todas las distancias  $(x - \mu)$  al cuadrado, convirtiendo todos los sumandos en positivos. Así se calcula:

## INCERTIDUMBRES

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

- Esta expresión se denomina **varianza** de la distribución. Su raíz cuadrada, que vuelve a tener las mismas dimensiones físicas que  $x$ , recibe el nombre de **desviación típica**  $\sigma$  de la distribución.
- En la práctica cuanto menor sea la desviación típica  $\sigma$  más calidad tendrá nuestra medida.

- Pero nuestro caso real es que no disponemos de infinitas medidas, tan solo tenemos un número  $n$  relativamente pequeño de medidas.
- No sabemos, por tanto, a qué curva corresponderían si hubiésemos seguido midiendo indefinidamente; no conocemos la función  $f(x)$  de densidad de probabilidad y no podemos calcular los valores de  $\mu$  y de  $\sigma$ .

## INCERTIDUMBRES

- La Estadística nos dice que pueden estimarse estos valores con los datos que poseemos: se pueden calcular unos estimadores que son los números con mayor probabilidad de parecerse respectivamente a  $\mu$  y a  $\sigma$ .

- Para el primero se estima mediante el número  $\bar{x}$  :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- donde se han sumado todos los valores de las medidas obtenidas y se ha dividido por el número  $n$  de ellas; recibe el nombre de **media**.

## INCERTIDUMBRES

- Para estimar el valor de  $\sigma$  se obtiene primero la estimación de la varianza  $\sigma^2$ , llamando  $s^2$  a su mejor estimador:

$$s^2(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}$$



- Recibe  $s^2(x)$  el nombre de **varianza de la muestra** o **varianza muestral**.
- Hallando la raíz cuadrada de  $s^2(x)$  se tiene la **desviación típica muestral  $s(x)$** .

- Tomaremos como valor  $M$  más probable del verdadero valor de la medida el valor de  $\bar{x}$  que estima el valor de  $\mu$ , que es el valor con la máxima probabilidad en nuestra curva:

$$M = \bar{x}$$

## INCERTIDUMBRES

- Nos interesa conocer cómo variaría el valor de  $\bar{x}$  si repitiésemos muchas veces el proceso de medida, porque este es el dato que vamos a igualar a  $M$ .

## INCERTIDUMBRES

- Si se repitiesen las series de  $n$  medidas infinitas veces obtendríamos una curva de distribución de los diferentes valores de  $\bar{x}$ , uno para cada vez que repitiésemos la serie de  $n$  medidas.
- La Estadística demuestra que el valor de  $\mu$  de la distribución de las  $\bar{x}$  siempre coincide con el valor de  $\mu$  de las  $x$ . Sin embargo la distribución de las  $\bar{x}$  es una curva mucho más esbelta que la distribución de las  $x$ , su varianza es  $n$  veces menor

## INCERTIDUMBRES

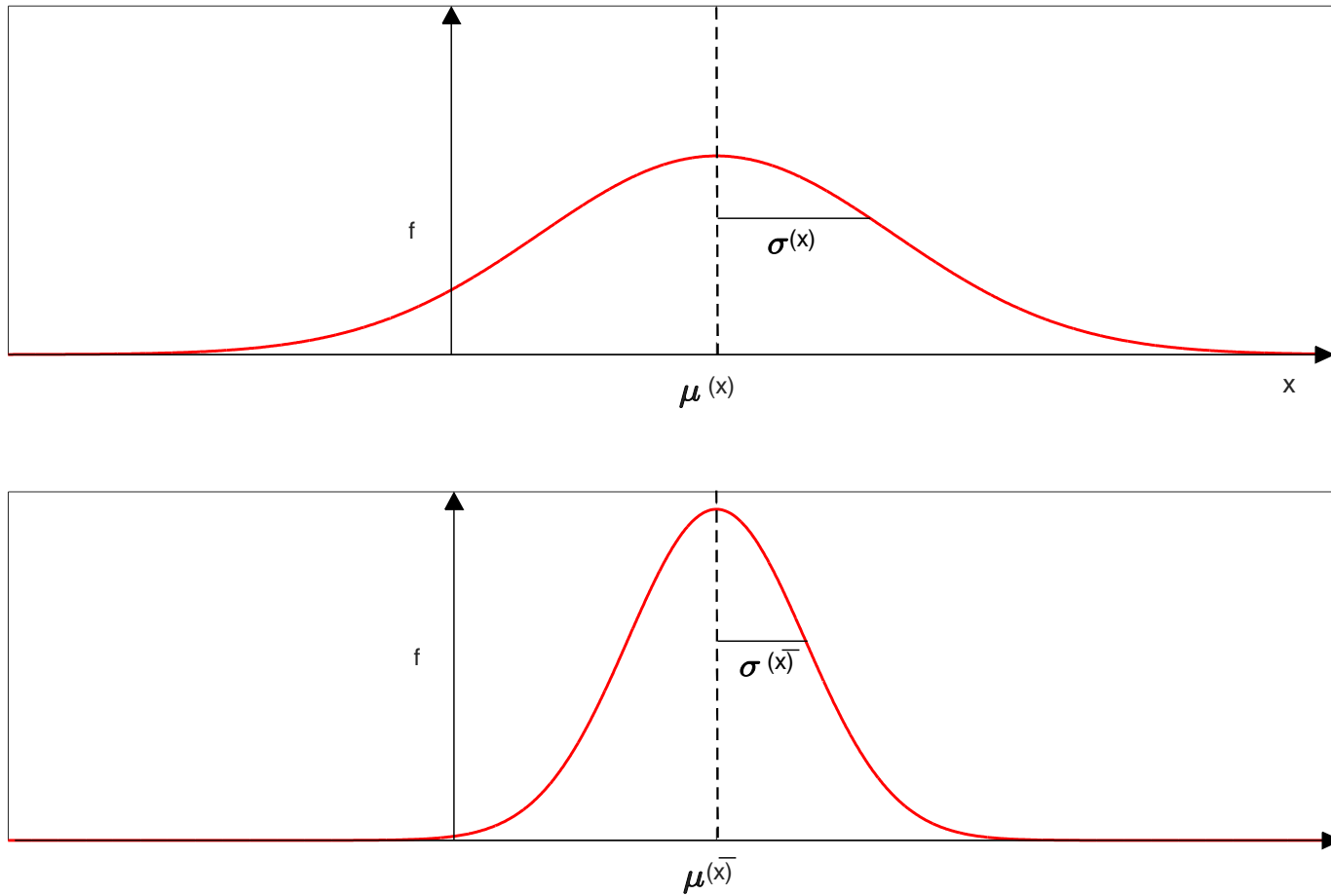
$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(x)}{n}$$

## INCERTIDUMBRES

- Se ha representado en la figura 4 la distribución de los valores de  $x$  y debajo la distribución de las  $\bar{x}$  si hubiéramos repetido infinitas veces el proceso de medida; esta última centrada en el mismo valor de  $\mu$  pero con una varianza  $\sigma^2(\bar{x})$  que es  $n$  veces menor que  $\sigma^2(x)$

La varianza  $\sigma^2(\bar{x})$  recibe el nombre de **varianza de la media muestral**.

## INCERTIDUMBRES



*Fig 4: Distribución de la población de medidas y de su media*

- Este valor de la dispersión de es lo que verdaderamente nos preocupa. Su estimación se hace mediante:

$$s^2(\bar{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)} \quad ,, \quad s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

La raíz cuadrada de la varianza de la media muestral recibe el nombre de **desviación típica de la media muestral**.



## INCERTIDUMBRES

- Se elige para definir la incertidumbre típica la expresión de la desviación típica de la media muestral:

$$u_A(x) = s(\bar{x})$$

- Con los valores de  $\bar{x}$  y de  $s(\bar{x})$  se puede definir el intervalo  $(M-u, M+u)$ , es decir, ,

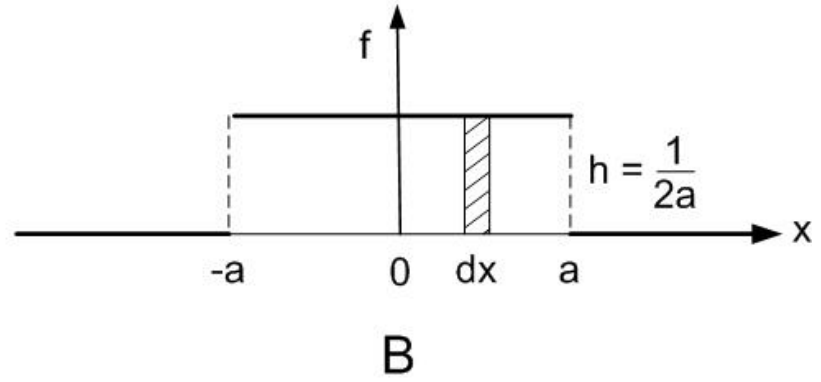
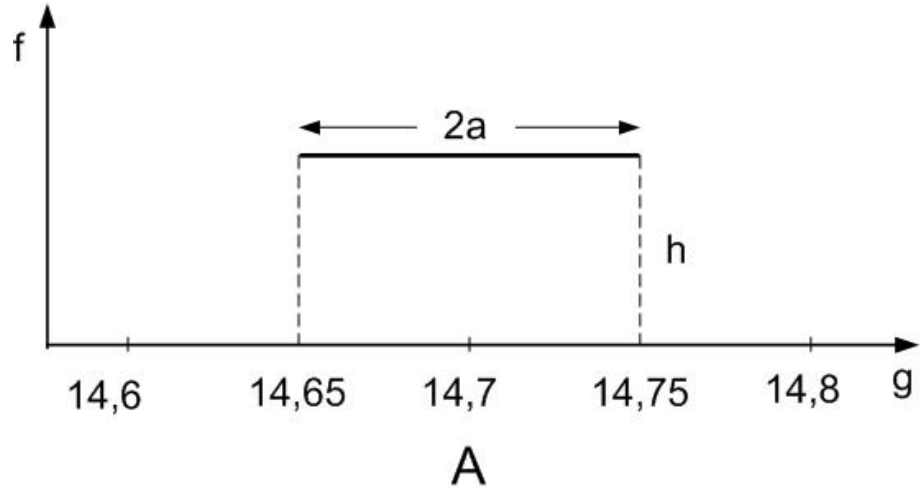
$$M \pm u$$

como el intervalo en que razonablemente, con una cierta probabilidad, se encuentra el verdadero valor del mensurando.

- **Incertidumbres típicas de tipo  $B$**
- En la obtención de las **incertidumbres típicas de tipo  $B$** , , también se establece una cierta distribución de probabilidades, y se estima el valor de su desviación típica. En muchos casos la distribución es normal, gaussiana, y entonces la desviación típica se evalúa con el procedimiento que acabamos de ver para la incertidumbre de tipo  $A$ .

- En otros casos se desconoce completamente la distribución de la densidad de probabilidad; se supone entonces que es constante en un cierto intervalo  $2a$  y nula en el resto.

INCERTIDUMBRES



*Fig. 5: A) Resolución. B) Distribución rectangular*

## INCERTIDUMBRES

- La altura del rectángulo es fácil de conocer puesto que el área encerrada por la curva debe valer la unidad, por tanto si la base mide  $2a$ , su altura  $h = f(x)$  debe ser  $1/2a$  para que el producto de base por altura sea igual a la unidad.
- Si calculamos  $\sigma$  se tiene:

## INCERTIDUMBRES

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \int_{-a}^a (x - 0)^2 \frac{1}{2a} dx = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a x^2 dx = \frac{1}{2a} \left[ \frac{a^3}{3} + \frac{a^3}{3} \right] = \frac{a^2}{3}$$

$$u_B(x) = \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

## INCERTIDUMBRES

$$u_B^2 = \sum u_{Bi}^2$$



- **Incertidumbre típica total de la medida directa**

$$u^2(x) = u_A^2(x) + u_B^2(x)$$

$$u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}$$

- **Incertidumbre de la medida indirecta**
- Muchas veces medimos un mensurando mediante la aplicación de una fórmula.
- Medimos directamente los mensurandos que utilizamos en la fórmula para alcanzar el valor del mensurando buscado. De ellos conocemos su incertidumbre, estimada tal como acabamos de ver en el epígrafe anterior.
- Lo que necesitamos ahora es establecer cómo se combinan estas incertidumbres directas para obtener la incertidumbre de la medida indirecta.

## analizamos un ejemplo sencillo:

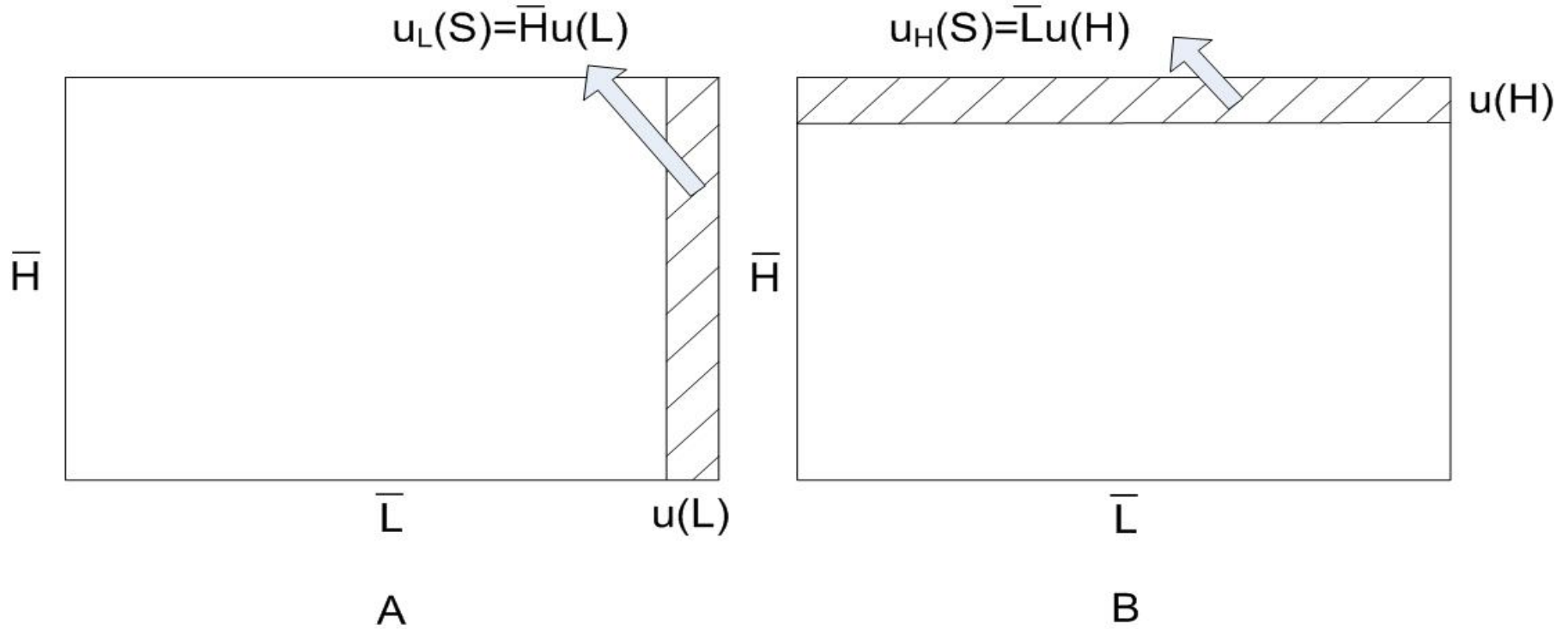
- *Supongamos que deseamos medir el área de una cartulina de forma rectangular y que no disponemos de un aparato que mida áreas. Para resolver el problema nos basaremos en que el área  $S$  del rectángulo es el producto de su base  $L$  por su altura  $H$ :*

$$S = L \cdot H$$

## INCERTIDUMBRES

- *Comencemos por la base, hallaremos su valor medio  $\bar{L}$  mediante la media de los valores medidos. También estimaremos, como medida directa, su incertidumbre típica  $u(L)$ .*
- *Lo mismo haremos para tener  $\bar{H}$  y  $u(H)$ . La figura 6A refleja que nuestra duda en la medida de  $\bar{L}$  lleva consigo una incertidumbre en el valor del área.*

INCERTIDUMBRES



- *Fig. 6: Medida del área de un rectángulo: incertidumbres*

## INCERTIDUMBRES

- *Vemos cómo la incertidumbre directa  $u(L)$  viene multiplicada por la longitud  $\overline{H}$  para formar un área; de igual manera ocurre con  $u(H)$  multiplicada por  $\overline{L}$ .*
- *Estos factores, que multiplican a cada una de las incertidumbres directas para dar valores con las mismas dimensiones del mensurando buscado, reciben el nombre de **coeficientes de sensibilidad**.*

## INCERTIDUMBRES

- *Así en nuestro ejemplo el coeficiente de sensibilidad de la base  $c_L$  es  $\bar{H}$  y el coeficiente de sensibilidad  $c_H$  de la altura es  $\bar{L}$*
- *Podríamos poner:*

$$u_L(S) = c_L u(L)$$

$$u_H(S) = c_H u(H)$$

INCERTIDUMBRES

- *Para hallar la incertidumbre total  $u(S)$  de  $S$  recordemos que podemos sumar las varianzas:*

$$u^2(S) = [c_L u(L)]^2 + [c_H u(H)]^2$$

*Las dimensiones de los coeficientes de sensibilidad son, en este caso, las de una longitud, de manera que al multiplicarlas por  $u(L)$  o por  $u(H)$ , el resultado tiene las dimensiones de un área.*



## INCERTIDUMBRES

- Cuando las fórmulas a utilizar son más complicadas, es difícil intuir qué expresión tienen los coeficientes de sensibilidad.
- Analicemos con más detalle el valor de  $c_L$  en el ejemplo anterior. Si a la base  $\bar{L}$  del rectángulo le añadimos una unidad, se nos añadirá un rectángulo vertical de área  $(1 \cdot \bar{H}) = \bar{H}$ . Por tanto  $\bar{H}$  representa la variación de  $S$  por unidad de variación de  $\bar{L}$ .

## INCERTIDUMBRES

- En términos matemáticos diremos que es la derivada de  $S$  cuando solo varía  $L$ ;
- es lo que se denomina **derivada parcial de  $S$  respecto de  $L$**  (es decir, manteniendo constante la altura  $H$ ).

## INCERTIDUMBRES

En la expresión  $\bar{S} = \bar{L} \cdot \bar{H}$  , o sea ,  $\bar{S} = (\bar{H})\bar{L}$  se obtiene  $\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{L}} = \bar{H} = c_L$  .

De igual manera  $\bar{S} = (\bar{L})\bar{H}$  y así  $\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{H}} = \bar{L} = c_H$  .

- Podemos escribir:

$$u^2(S) = \left[ \left( \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{L}} \right) u(L) \right]^2 + \left[ \left( \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{H}} \right) u(H) \right]^2$$

## INCERTIDUMBRES

- La Guía internacional dice que si **estamos midiendo un mensurando indirectamente mediante una expresión matemática**  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  **su varianza es:**

$$u^2(y) = c_{x_1}^2 u^2(x_1) + c_{x_2}^2 u^2(x_2) + \dots + c_{x_n}^2 u^2(x_n)$$

- donde los coeficientes de sensibilidad se calculan mediante:

$$c_{x_i} = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

Sus dimensiones son las de  $y$  divididas por las de  $x_i$ . De  $u^2(y)$  se obtiene  $u(y)$  .

- **Incertidumbre expandida**
- Con sus correspondientes estimadores  $\bar{x} = M$  y  $s(\bar{x}) = u$  podemos dar el intervalo como intervalo  $(M - u, M + u)$  en el que creemos que está el verdadero valor del mensurando.
- **Pero ¿qué probabilidad tenemos de acertar?**

- En Estadística se tiene un procedimiento para hallar áreas encerradas.
- Para ello, lo primero que se hace es un cambio de variable en la función de distribución, llamando  $z$  a la nueva variable según:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma(\bar{x})}$$

- El área que encierra la nueva función  $f(z)$  se ha tabulado.

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma(\bar{x})}$$

- En la tabla correspondiente aparece el valor del **área encerrada en la cola de la derecha** desde un valor concreto de  $z$  hasta  $z = \infty$ .



$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma(\bar{x})}$$

- Si queremos saber el valor del área encerrada por la curva entre  $(\mu - \sigma(\bar{x}))$  y  $(\mu + \sigma(\bar{x}))$ , vemos que en el extremo izquierdo  $z$  vale  $-1$  porque:

$$\frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma} = -1$$

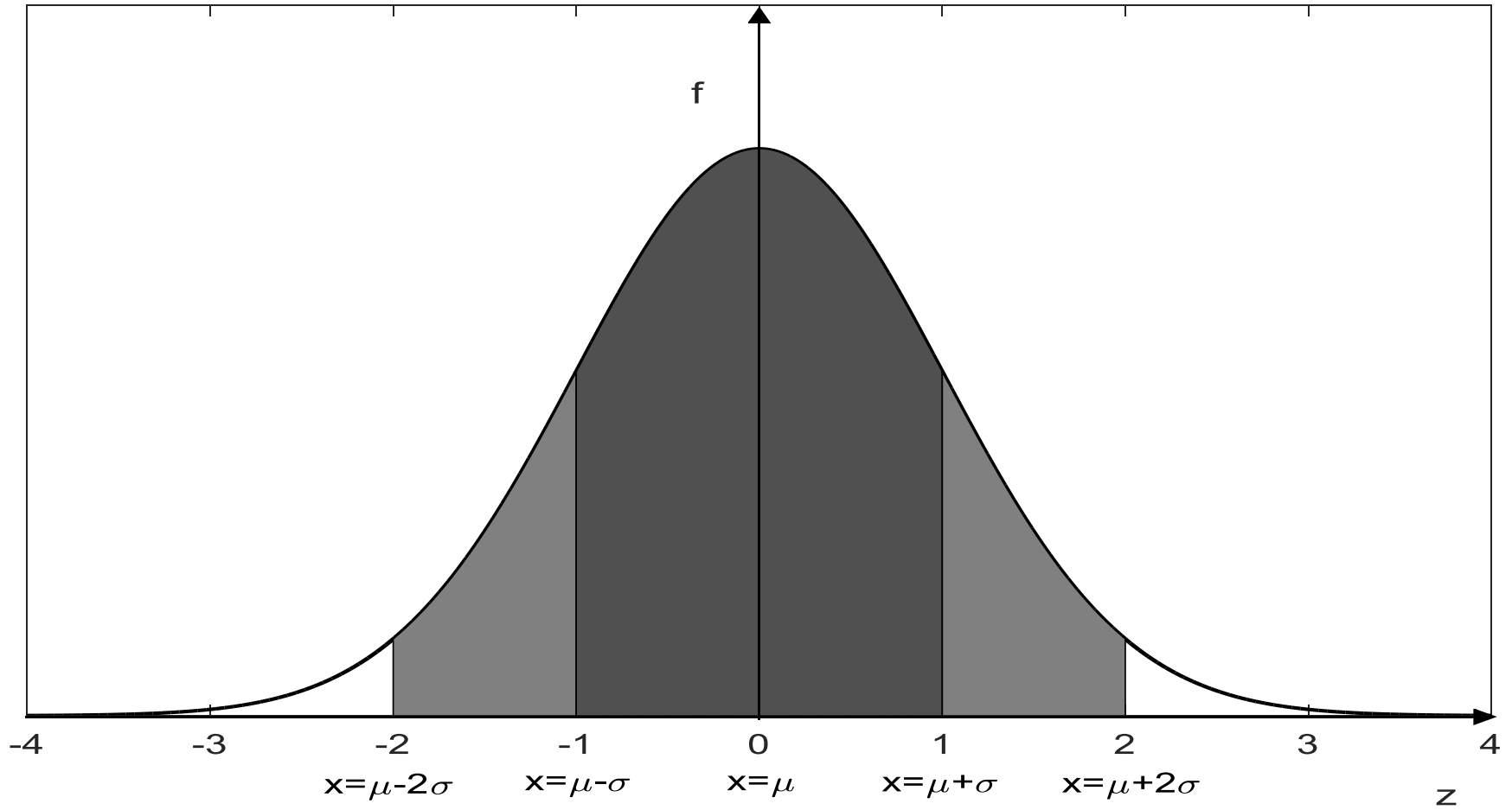
- mientras que en el extremo derecho del intervalo es:
- $$\frac{\mu + \sigma - \mu}{\sigma} = 1$$

- es decir  $z=+1$ .

## INCERTIDUMBRES

- Entrando en la tabla con  $z = 1$  se ve que la cola de la derecha, (es decir, valores superiores de  $z$ ), vale **0,15866**.
- La cola de la izquierda en el extremo izquierdo, por ser simétrica vale lo mismo.
- Por tanto entre las dos colas, derecha e izquierda (véase figura 7) el área que encierran es **2 . 0,15866**. El cuerpo central de la curva encierra, por tanto, la diferencia entre el área total de la curva, igual a la unidad, y el área de las dos colas **[ 1-2 (0,15866) ] = 0,68268**.

## INCERTIDUMBRES



*Fig. 7: Diferentes recubrimientos del área de la curva*

## INCERTIDUMBRES

- En tanto por ciento 68,27 % aproximadamente, valor parecido a 66,67 % que sería del área total.
- Este cálculo nos indica que la probabilidad de que una nueva medida caiga dentro del intervalo que hemos definido, es de aproximadamente.  $2/3$
- **La probabilidad de que la medida sea errónea es muy grande,** lo que hace que **este intervalo se quede muy corto.**

Pero nadie nos obliga a tomar como incertidumbre el valor de la incertidumbre típica  $u$ .

**Podemos definir a nuestra voluntad un intervalo mayor haciendo:**

$$U = ku$$

$U$  recibe el nombre de **incertidumbre expandida** y  $k$  el de **factor de cobertura o constante de recubrimiento** (en referencia al área recubierta)

## INCERTIDUMBRES

- Con  $k = 2$  se tiene un intervalo doble del anterior, es decir, desde  $\bar{x} - 2\sigma$  hasta  $\bar{x} + 2\sigma$
- Para  $z = 2$ , la tabla da un valor para la cola de la derecha de 0,02275. Con lo que el área de la zona central es  $[1 - 2(0,02275)] = 0,95450$ .
- **Traducido a tanto por ciento, es mayor del 95 %, una buena probabilidad de acierto.**
- **La industria toma sistemáticamente este valor de  $k = 2$ , haciendo la incertidumbre expandida  $U = 2u$  afirmando que su nivel de confianza es  $N.C. = 95 \%$ .**